EJERCICIO TEORÍA CUÁNTICA DE CAMPOS **CAPÍTULO 82**

AUTOR DEL CURSO: Javier García

EJERCICIO RESUELTO: Miguel Ángel Montañez 7-07-2022

Ejercicio 82. Demostrar que $<0|T\{[a_{c(\infty)} - a_{c(-\infty)}][a_{d(\infty)} - a_{d(-\infty)}][a^\dagger_{a(-\infty)} - a^\dagger_{a(\infty)}][a^\dagger_{b(-\infty)} - a^\dagger_{b(\infty)}]\}|0>$ es igual a $<0|T\{a_{c(\infty)}\, a_{d(\infty)}\, a^\dagger_{a(-\infty)}\, a^\dagger_{b(-\infty)}\}|0>$.

Si desarrollamos:

$$[a_{c(\infty)} - a_{c(-\infty)}][a_{d(\infty)} - a_{d(-\infty)}][a^\dagger_{a(-\infty)} - a^\dagger_{a(\infty)}][a^\dagger_{b(-\infty)} - a^\dagger_{b(\infty)}]$$

nos da un sumatorio de productos de dos operadores a_k por otros dos $a^\dagger_k$.

El operador ordenación temporal T hace que cualquier $a_{k(\infty)}$ o $a^\dagger_{k(\infty)}$ quede a la izquierda de los $a_{k(-\infty)}$ o $a^\dagger_{k(-\infty)}$. Por otra parte, al considerar solo casos donde hay interacción entre partículas significa que los trimomentos a, b, c, y d son diferentes, lo cual se traduce en que $[a_k , a^\dagger_q] = 0$, al ser $k \neq q$.

En consecuencia, en el mismo tiempo podemos permutar $a_k a^\dagger_q$ o $a^\dagger_q a_k$ sin alterar la expresión, y por ello, cualquier $a^\dagger_{k(\infty)}$ acabará siempre en el extremo izquierdo del producto y cualquier $a_{q(-\infty)}$ en el derecho, haciendo que:

$$<0|a^\dagger_{k(\infty)}\ldots\ldots a_{q(-\infty)}|0> = 0, \text{ ya que: } <0|a^\dagger_k = 0 \text{ y } a_q|0> = 0$$

Todo esto se traduce en que podemos eliminar de la expresión:

$$<0|T\{[a_{c(\infty)} - a_{c(-\infty)}][a_{d(\infty)} - a_{d(-\infty)}][a^\dagger_{a(-\infty)} - a^\dagger_{a}(\infty)][a^\dagger_{b(-\infty)} - a^\dagger_{b(\infty)}]\}|0>$$

los operadores $a^\dagger_{k(\infty)}$ y $a_{q(-\infty)}$, dándonos finalmente:

$$<0|T\{a_{c(\infty)}\, a_{d(\infty)}\, a^\dagger_{a(-\infty)}\, a^\dagger_{b(-\infty)}\}|0>$$